

习题课一

一. 内容与要求

1. 理解函数、复合函数、反函数、初等函数的概念，了解函数的特性，熟悉基本初等函数的图形与特性。会求函数（复合）的定义域与表达式。
2. 理解极限概念，会用分析定义叙述数列极限、函数极限、无穷大量、无穷小量。并能作一些简单证明。
3. 了解无穷小、极限的性质和运算法则，会求极限。

注：对于不定型 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty$

(1). 消去零因子法求极限; (因式分解, 分母、分子有理化)

(2). 无穷小因子分出法求极限;

(3). $\infty - \infty, (0 \cdot \infty)$ 型化为 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$.

练习题

1、求极限:

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + (-2)^n}{5^{n+1} + (-2)^{n+1}};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - x^{2n+1}}{2 + x^{2n}}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{e^x + e^{-x}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x})$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x-1})$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin \pi \sqrt{n^2 + 1}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3} (\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x})$$

2. 判别极限是否存在

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \text{ 其中 } f(x) = \begin{cases} x - 1 & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{1 - x^2} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}.$$

3. 求 a, b , 使之满足 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x - \sqrt{ax^2 - bx + c}) = 2,$